INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Matemática Aplicada

Nelson Mulemba

Funções Marginais em Economia

Maputo, March 26, 2024

INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Índice

A **análise marginal** é o estudo das taxas de variação das quantidades económicas. Por exemplo, um economista não está apenas interessado no valor do PIB de uma economia em dado instante de tempo, mas também está igualmente preocupado com a taxa com a qual está aumentando ou diminuindo.
Da mesma forma, um produtor está interessado na taxa de variação do custo total com relação a seu nível de produção e não no custo total de certo nível de produção.

Questão de estudo

Qual é o significado de **marginal**?

Exemplo (Função Custo Total)

Suponha que o custo total semanal em dólares para a fabricação de q refrigeradores seja dado pela função custo total
$C(q) = 8000 + 200q - 0.2q^2, \quad (0 \leq q \leq 400)$

1. *Qual é o custo de produção de 250 refrigeradores?*
2. *Qual é o custo de produção de 251 refrigeradores?*
3. *Qual é o custo envolvido na produção do 251º refrigerador?*

Resolução:

a) O custo total de produção de 250 refrigeradores é
$C(250) = 8000 + 200 \cdot 250 - 0.2 \cdot 250^2 = 45\,500$dólares
b) O custo total de produção de 251 refrigeradores é
$C(251) = 8000 + 200 \cdot 251 - 0.2 \cdot 251^2 = 45\,599.8$dólares

ISUTC INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Exemplo (Função Custo Total)

Suponha que o custo total semanal em dólares para a fabricação de q refrigeradores seja dado pela função custo total
$C(q) = 8000 + 200q - 0.2q^2, \quad (0 \leq q \leq 400)$

1. *Qual é o custo de produção de 250 refrigeradores?*
2. *Qual é o custo de produção de 251 refrigeradores?*
3. *Qual é o custo envolvido na produção do 251º refrigerador?*

Resolução:

a) O custo total de produção de 250 refrigeradores é
$C(250) = 8000 + 200 \cdot 250 - 0.2 \cdot 250^2 = 45\ 500$dólares

b) O custo total de produção de 251 refrigeradores é
$C(251) = 8000 + 200 \cdot 251 - 0.2 \cdot 251^2 = 45\ 599.8$dólares

ISUTC INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Exemplo (Função Custo Total)

Suponha que o custo total semanal em dólares para a fabricação de q refrigeradores seja dado pela função custo total
$C(q) = 8000 + 200q - 0.2q^2, \quad (0 \leq q \leq 400)$

1. *Qual é o custo de produção de 250 refrigeradores?*
2. *Qual é o custo de produção de 251 refrigeradores?*
3. *Qual é o custo envolvido na produção do 251º refrigerador?*

Resolução:

a) O custo total de produção de 250 refrigeradores é
$C(250) = 8000 + 200 \cdot 250 - 0.2 \cdot 250^2 = 45\ 500$dólares
b) O custo total de produção de 251 refrigeradores é
$C(251) = 8000 + 200 \cdot 251 - 0.2 \cdot 251^2 = 45\ 599.8$dólares

c) O custo real envolvido na produção do 251^o refrigerador é igual a diferença entre os custos de produção total dos primeiros 251 refrigeradores e o custo total dos primeiros 250 refrigeradores é $C(251) - C(250) = 45\ 599.8 - 45\ 500 = 99,8$dólares.

Após produzir-se 250 refrigeradores, o custo de produção de mais uma unidade é de $99,8$dólares.

A diferença $C(251) - C(250)$ é dada exactamente pela taxa média de variação da função custo total, no intervalo $[250; 251]$, ou, de outra forma:

$\dfrac{C(251) - C(250)}{251 - 250} = \dfrac{C(250+1) - C(250)}{1} = \dfrac{C(250+h) - C(250)}{h}$, onde $h = 1$ (Ainda se lembra da definição de derivada?)

c) O custo real envolvido na produção do 251^o refrigerador é igual a diferença entre os custos de produção total dos primeiros 251 refrigeradores e o custo total dos primeiros 250 refrigeradores é $C(251) - C(250) = 45\,599.8 - 45\,500 = 99,8$dólares.
Após produzir-se 250 refrigeradores, o custo de produção de mais uma unidade é de $99,8$dólares.
A diferença $C(251) - C(250)$ é dada exactamente pela taxa média de variação da função custo total, no intervalo $[250; 251]$, ou, de outra forma:
$\dfrac{C(251) - C(250)}{251 - 250} = \dfrac{C(250+1) - C(250)}{1} =$
$\dfrac{C(250+h) - C(250)}{h}$, onde $h = 1$ (Ainda se lembra da definição de derivada?)

A partir da fórmula de Taxa de variação média, tem-se:

$$C(251)-C(250)=\frac{C(251)-C(250)}{251-250}=\frac{C(250+1)-C(250)}{1}=\frac{C(250+h)-C(250)}{h}\approx\lim_{h\to 0}\frac{C(250+h)-C(250)}{h}=C'(250)$$

O custo real envolvido na produção de uma unidade adicional de certo bem por uma fábrica que já opera com determinado nível de produção é chamado de **Custo Marginal**.

Dai que, a **função custo marginal** é definida como sendo a derivada da função custo total correspondente.

Se $C(q)$ é função custo total, então Custo marginal é denotado por $C'(q)$ ou C_{mg}. Assim, o adjectivo **marginal** é sinónimo de **derivada de...**

Exemplo (Custo Marginal)

Em uma empresa de confecção têxtil, o custo, em meticais, para produzir q calças é dado por
$C(q) = 0,001q^3 - 0,3q^2 + 45q + 5.000.$

1. *Obtenha a função Custo Marginal.*
2. *Obtenha o custo marginal aos níveis $q = 50$ e $q = 200$, explicando seus significados.*

Resolução:
1) É necessário apenas derivar a função custo:
$C_{mg} = C'(q) = 0,003q^2 - 0,6q + 45$

Resolução:

2) É necessário apenas substituir os valores $q = 50$ e $q = 200$ em C_{mg},

$q = 50 \Rightarrow C'(50) = C_{mg}(50) = 0,003 \cdot 50^2 - 0,6 \cdot 50 + 45 \Rightarrow C_{mg}(50) = 22,50$

O valor aproximado para produzir, respectivamente, a 51^a calça é $22,50mt$

Para $q = 200 \Rightarrow C'(200) = C_{mg}(200) = 0,003 \cdot 200^2 - 0,6 \cdot 200 + 45 \Rightarrow C_{mg}(200) = 45,00$

O valor aproximado para produzir, respectivamente, a 201^a calça é $45,00mt$

Resolução:

2) É necessário apenas substituir os valores $q = 50$ e $q = 200$ em C_{mg},

$q = 50 \Rightarrow C'(50) = C_{mg}(50) = 0,003 \cdot 50^2 - 0,6 \cdot 50 + 45 \Rightarrow C_{mg}(50) = 22,50$

O valor aproximado para produzir, respectivamente, a 51^a calça é $22,50mt$

Para $q = 200 \Rightarrow C'(200) = C_{mg}(200) = 0,003 \cdot 200^2 - 0,6 \cdot 200 + 45 \Rightarrow C_{mg}(200) = 45,00$

O valor aproximado para produzir, respectivamente, a 201^a calça é $45,00mt$

c) Calcule o valor real para produzir a 201ª calça e compare o resultado com o obtido no item anterior.

Solução:

É necessário calcular a diferença dos custos $C(201) - C(200)$

$C(201) = 0,001 \cdot 201^3 - 0,3 \cdot 201^2 + 45 \cdot 201 + 5.000 = 10.045,301$

$C(200) = 0,001 \cdot 200^3 - 0,3 \cdot 200^2 + 45 \cdot 200 + 5.000 = 10.000,00$

Valor Real $= C(201) - C(200) = 10.045,301 - 10.000,00 = 45,30$

Notamos que o valor real, $45,30mt$, difere do valor encontrado no item anterior, $C_{mg}(200) = 45,00mt$, em apenas $0,30mt$

INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

c) Calcule o valor real para produzir a 201ª calça e compare o resultado com o obtido no item anterior.
Solução:
É necessário calcular a diferença dos custos $C(201) - C(200)$
$C(201) = 0,001 \cdot 201^3 - 0,3 \cdot 201^2 + 45 \cdot 201 + 5.000 = 10.045,301$
$C(200) = 0,001 \cdot 200^3 - 0,3 \cdot 200^2 + 45 \cdot 200 + 5.000 = 10.000,00$
Valor Real $= C(201) - C(200) = 10.045,301 - 10.000,00 = 45,30$
Notamos que o valor real, $45,30mt$, difere do valor encontrado no item anterior, $C_{mg}(200) = 45,00mt$, em apenas $0,30mt$

Analisar a variação de uma grandeza (por exemplo: o custo) em relação ao acréscimo de uma unidade na outra grandeza á qual está vinculada (por exemplo: a quantidade produzida) é útil no ramo económico/administrativo para tomada de decisões. Assim, é útil e comum estender para outras situações práticas e análises dos raciocínios desenvolvidos que nos levaram a conceituar o Custo Marginal. Dessa forma, temos:

Função Custo Médio

Seja $C(x)$ o custo total na produção x unidades de certo bem. O **Custo médio** da produção de x unidades do bem é obtido dividindo-se o custo total de produção pelo número de unidades produzidas.

Definição

A função Custo Médio é dado por $\bar{C}(x) = \dfrac{C(x)}{x}$

A derivada da função custo médio, chamada **função custo médio marginal**, mede a taxa de variação ao número de unidades produzidas.

Exemplo

Se para um certo produto o custo para produzir $q = 20$ *unidades é* $C(20) = 500mt$*, o custo médio, ou custo para produzir cada uma das* 20 *unidades, em média, será* $C_{me}(20) = \frac{C(20)}{20} = \frac{500}{20} = 25mt/unidade$

Exemplo

O custo total em meticais para produzir x *unidades de certo bem é dado por* $C(x) = 400 + 20x$ *em meticais*

1. *Determine a função custo médio*
2. *Determine a função custo médio marginal e avalie para 20 unidades.*

Resolução:

1) A função Custo Médio é dado $\bar{C}(x) = \dfrac{400+20x}{x} = 20 + \dfrac{400}{x}$ em meticais.

2) A função custo médio marginal é dado

$$\bar{C}'(x) = \left(20 + \frac{400}{x}\right)' = -\frac{400}{x^2}$$

3) O custo médio marginal de 20 unidades é dado por:

$$\bar{C}'(20) = -\frac{400}{20^2} = -1$$

O custo médio da 21a unidade diminui em 1 metical

Resolução:

1) A função Custo Médio é dado $\bar{C}(x) = \dfrac{400 + 20x}{x} = 20 + \dfrac{400}{x}$ em meticais.

2) A função custo médio marginal é dado

$$\bar{C}'(x) = \left(20 + \frac{400}{x}\right)' = -\frac{400}{x^2}$$

3) O custo médio marginal de 20 unidades é dado por:

$$\bar{C}'(20) = -\frac{400}{20^2} = -1$$

O custo médio da 21a unidade diminui em 1 metical

Resolução:

1) A função Custo Médio é dado $\bar{C}(x) = \dfrac{400+20x}{x} = 20 + \dfrac{400}{x}$ em meticais.

2) A função custo médio marginal é dado

$$\bar{C}'(x) = \left(20 + \frac{400}{x}\right)' = -\frac{400}{x^2}$$

3) O custo médio marginal de 20 unidades é dado por:

$$\bar{C}'(20) = -\frac{400}{20^2} = -1$$

O custo médio da 21a unidade diminui em 1 metical

ISUTC INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Receita Marginal

A Receita Marginal nos dá a variação da receita correspondente ao aumento de uma unidade na venda de um produto. A função Receita Marginal é obtida pela derivada da Função Receita. Se a função Receita é simbolizada por $R(q)$, então:
$R_{mg}(q)$=Função Receita Marginal=$R'(q)$
Vale relembrar que a receita na venda de um produto é dada por $R = p \cdot q$ onde p é o preço em função da quantidade de demanda de q.

Exemplo

Suponha que a relação entre o preço unitário p em dólares e a quantidade demandada x do sistema de caixas de som panasonic é dado por $p = -0.02x + 400$, $(0 \leq x \leq 20\ 000)$

1. Determine a função receita
2. Determine a função receita marginal
3. Calcule $R'(2000)$ e interprete o resultado?

Resolução:

1) A função Receita é dada por

$R(x) = p \cdot x = (-0.02x + 400)x = -0.02x^2 + 400x$

2) A função Receita marginal é dada por

$R_{mg}(x) = R'(x) = (-0.02x^2 + 400x)' = -0.04x + 400$

3) Calculando $R'(2000) = -0.04 \cdot 2000 + 4000 = 320$. Assim a receita obtida na venda do 2001^o sistema de caixa de som é de aproximadamente 320 dólares.

1. Determine a função receita
2. Determine a função receita marginal
3. Calcule $R'(2000)$ e interprete o resultado?

Resolução:

1) A função Receita é dada por

$R(x) = p \cdot x = (-0.02x + 400)x = -0.02x^2 + 400x$

2) A função Receita marginal é dada por

$R_{mg}(x) = R'(x) = (-0.02x^2 + 400x)' = -0.04x + 400$

3) Calculando $R'(2000) = -0.04 \cdot 2000 + 4000 = 320$. Assim a receita obtida na venda do 2001^o sistema de caixa de som é de aproximadamente 320 dólares.

ISUTC INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

1. Determine a função receita
2. Determine a função receita marginal
3. Calcule $R'(2000)$ e interprete o resultado?

Resolução:

1) A função Receita é dada por

$R(x) = p \cdot x = (-0.02x + 400)x = -0.02x^2 + 400x$

2) A função Receita marginal é dada por

$R_{mg}(x) = R'(x) = (-0.02x^2 + 400x)' = -0.04x + 400$

3) Calculando $R'(2000) = -0.04 \cdot 2000 + 4000 = 320$. Assim a receita obtida na venda do 2001º sistema de caixa de som é de aproximadamente 320 dólares.

1. Determine a função receita
2. Determine a função receita marginal
3. Calcule $R'(2000)$ e interprete o resultado?

Resolução:
1) A função Receita é dada por
$R(x) = p \cdot x = (-0.02x + 400)x = -0.02x^2 + 400x$
2) A função Receita marginal é dada por
$R_{mg}(x) = R'(x) = (-0.02x^2 + 400x)' = -0.04x + 400$
3) Calculando $R'(2000) = -0.04 \cdot 2000 + 4000 = 320$. Assim a receita obtida na venda do 2001^o sistema de caixa de som é de aproximadamente 320 dólares.

Lucro Marginal

É comum analisar a receita vinculada ao custo, associando custo e receita para uma mesma quantidade produzida/vendida. Sob esse aspecto, podemos calcular o lucro para um certo nível de produção/venda e, consequentemente, estabelecer o Lucro Marginal.

O Lucro Marginal nos dá a variação do lucro correspondente ao aumento de uma unidade na venda de um produto. A função Lucro Marginal é obtida pela derivada da função Lucro. Se a função lucro é simbolizada por $L(q)$, então:

$L_{mg}(q) =$ Função Lucro Marginal$=L'(q)$. Lembre que:

$L(q) = R(q) - C(q)$

Exemplo (Lucro Marginal)

Um restaurante fast-food determinou que a demanda mensal por seus hambúrgueres é dada por $x = 60\,000 - 200p$*, onde* p *em meticais, e sabe-se que o custo de produção de* x *hambúrgueres é* $C(x) = 75x + 50000$*, e* $0 \leq x \leq 50\,000$*.*

1. *Determine o lucro marginal para 10 000 e 30 000 unidades.*
2. *Compare o lucro marginal quando 10 000 unidades são vendidas com o aumento real no lucro de 10 000 para 10 001 unidades.*

Resolução:
Pede nos para determinar a função lucro marginal, mas não nos é dada a função lucro.
A partir da equação demanda, podemos escrever o preço em função de quantidade, e tem-se: preço $p = 300 - \dfrac{x}{200}$.

Determinando a função Receita, tem-se que

$$R(x) = p \cdot x \Rightarrow R(x) = 300x - \frac{x^2}{200} \Rightarrow R(x) = 300x - 0.005x^2.$$

De seguida, determinando a função lucro, tem-se:

$L(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow L(x) = 300x - 0.005x^2 - (75x + 50000) \Rightarrow$
$L(x) = -0.005x^2 + 225x - 50\ 000$

1) Derivando a função lucro tem-se a função Lucro Marginal:
$L_{mg}(x) = L'(x) = -0.01x + 225.$

O lucro marginal de 10 000 unidades é dado por:
$L'(10\ 000) = -0.01 \cdot 10\ 000 + 225 = 125.$

O lucro da 10 001a unidade de hambúrguer a ser vendida é de 125mt.

O lucro marginal de 30 000 unidades é dado por:
$L'(30\ 000) = -0.01 \cdot 30\ 000 + 225 = -75.$

A 30 001a unidade de hambúrguer a ser vendida irá produzir um prejuízo de 75mt.

2) Compare o lucro marginal quando 10 000 unidades são vendidas com o aumento real no lucro de 10 000 para 10 001 unidades.
Da resolução da alínea anterior, ficamos a saber que O lucro da 10 001a unidade de hambúrguer a ser vendida é de 125mt.

Determinando o lucro de 10 000 unidades e 10 001 unidades temos:
$L(10\,000) = -0.005 \cdot 10\,000^2 + 225 \cdot 10\,000 - 50\,000 = 1\,700\,000$
$L(10\,001) = -0.005 \cdot 10\,001^2 + 225 \cdot 10\,001 - 50\,000 = 1\,700\,124.995$

O aumento real no lucro de 10 000 para 10 001 unidades é dado por $L(10\,001) - L(10\,000) = 1\,700\,124.995 - 1\,700\,000 = 124.995 \approx 125$mt

2) Compare o lucro marginal quando 10 000 unidades são vendidas com o aumento real no lucro de 10 000 para 10 001 unidades.
Da resolução da alínea anterior, ficamos a saber que O lucro da 10 001a unidade de hambúrguer a ser vendida é de 125mt.

Determinando o lucro de 10 000 unidades e 10 001 unidades temos:
$L(10\,000) = -0.005 \cdot 10\,000^2 + 225 \cdot 10\,000 - 50\,000 = 1\,700\,000$
$L(10\,001) = -0.005 \cdot 10\,001^2 + 225 \cdot 10\,001 - 50\,000 = 1\,700\,124.995$

O aumento real no lucro de 10 000 para 10 001 unidades é dado por $L(10\,001) - L(10\,000) = 1\,700\,124.995 - 1\,700\,000 = 124.995 \approx 125$mt

Elasticidade da Demanda

A análise da Procura(demanda) e da Oferta ajuda-nos a compreender a direcção do preço e da quantidade em resposta a alterações das Procura e da Oferta.

Questão de estudo

O que os economistas procuram é uma resposta para a questão: o que acontece à procura/oferta quando o preço se altera?

Pela natureza da função demanda ou procura, um aumento no preço leva à uma diminuicção na quantidade demandada. Mas será que a Receita que depende exactamente do preço e quantidade demandada diminui sempre que a quantidade demandada diminiu? A resposta para esta questão é: NÃO.

Vejamos as seguintes situações:
Um certo produto de uma empresa era vendido a 100mt e mensalmente a empresa conseguia vender 5 000 unidades, consequentemente a receita estava avaliada em 500 000mt.

Situações

1. Se num certo mês, o mesmo produto passou a custar 400mt e a empresa conseguiu vender 1 000 unidades apenas. A receita daquele mês seria 400 000mt.
2. Se num certo mês, o mesmo produto passou a custar 200mt e a empresa conseguiu vender 2 500 unidades apenas. A receita daquele mês seria 500 000mt.
3. Se num certo mês, o mesmo produto passou a custar 300mt e a empresa conseguiu vender 3 000 unidades apenas. A receita daquele mês seria 900 000mt.

Elasticidade

Valor ECONÔMICO

20/01/2016 às 05h00

Perto de iniciar produção, câmbio desafia Land Rover

Por Eduardo Laguna | De São Paulo

Wittemann, que assume em fevereiro a presidência do grupo na região: com real fraco, preços tendem a subir

Segundo Wittemann, os preços terão de ser ajustados se o real continuar perdendo valor frente às principais divisas internacionais. Mas ponderou que o mercado de automóveis de luxo, voltado ao público de alta renda, tende a sentir menos o impacto por sua menor elasticidade a variações de preços, se comparado a modelos populares.

O que é a Elasticidade?

Elasticidade é o percentual de alteração de uma variável econômica, dada uma variação percentual em outra variável econômica.

Elasticidade da Demanda

Elasticidade da Demanda

Elasticidade da Demanda é a variação percentual na quantidade demandada dada uma variação de um porcento no preço.

A elasticidade mede a sensibilidade da quantidade demandada a uma variação no preço e é medida dividindo-se a variação percentual na quantidade demandada de um produto pela variação percentual no preço do produto.

Exemplo (Determine a elasticidade)

Um certo produto era vendido a 100mt e mensalmente a empresa conseguia vender 5 000 unidades. Se num certo mês, o mesmo produto passa a custar 400mt vendendo 1 000 unidades apenas.

Solução:

Tem-se o $p_1 = 100mt$ e $p_2 = 400mt$ e a variação do preço $\Delta p = p_2 - p_1 = 300mt$ e a taxa variação percentual do preço é $\dfrac{\Delta p}{p} = \dfrac{300}{100} = 3$. O preço teve uma taxa de variação percentual (aumento) de 300%.

Tem-se o $q_1 = 5\ 000$ e $q_2 = 1\ 000$ e a variação da quantidade $\Delta q = q_2 - q_1 = -4\ 000$ e a taxa variação percentual da quantidade $\dfrac{\Delta q}{q} = \dfrac{-4\ 000}{5\ 000} = -0.8$. A quantidade demandada teve uma taxa de variação percentual (diminuição) de 80%.

Neste caso, a elasticidade $E = \left|\dfrac{-80\%}{300\%}\right| = 0.2667$, o que quer dizer, quando o preço por unidade for de 100mt, um aumento de 1% no preço unitário irá causar uma queda de aproximadamente 0.2667% na quantidade demandada.

Elasticidade da Demanda

Generalizando a noção de elasticidade usando a derivada de função. Lembre-se de que a derivada $f'(x)$ de uma função $f(x)$ em relação a x mede a taxa de variação de $f(x)$ em relação a x.
Assim podemos escrever a taxa de variação percentual de $f(x)$ em relação a x como $\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.
Nesse sentido, será conveniente escrever a função demandada de f na forma $x = f(p)$. Dai que, a taxa de variação percentual da função demanda $f(p)$ em relação ao preço p será dada por $\dfrac{f'(p)}{f(p)}$.
Em seguida, a taxa de variação percentual do preço p do produto é dado por $\dfrac{p'}{p} = \dfrac{1}{p}$.

ISUTC INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Elasticidade da Demanda

Definição (Elasticidade da Demanda)

Seja f uma função de demanda derivável e definida como $x = f(p)$, então a **elasticidade da demanda** *ao preço é dada por*
$$E(p) = \frac{f'(p)}{f(p)} \div \frac{1}{p} = \frac{pf'(p)}{f(p)}.$$

Em termos de elasticidade, a demanda pode ser descrita como:

1. $E(p) > 1$, a demanda é dita elástica: um aumento no preço unitário causará uma queda na receita e vice-versa;
2. $E(p) < 1$, a demanda é dita inelástica: um aumento no preço unitário causará um aumento na receita e vice-versa;
3. $E(p) = 1$ a demanda é dita unitária:, um aumento no preço unitário não causará variações na receita.

Elasticidade da Demanda

Exemplo (Elasticidade da Demanda)

Considere a equação de demanda $p = -0.2x + 400, \; 0 \leq x \leq 2\,000$ *que descreve a relação entre o preço unitário, em meticais, e a quantidade* x *demandada de hambúrguers num restaurante.*

1. *Encontre a elasticidade da demanda*
2. *Calcule* $E(100)$*, interprete e classifique a elasticidade*
3. *Calcule* $E(300)$*, interprete e classifique a elasticidade*

Solução:

Reescrevendo a equação demanda em termos de p tem-se $x = f(p) = -5p + 2000$. A taxa de variação é dada por $f'(p) = -5$.

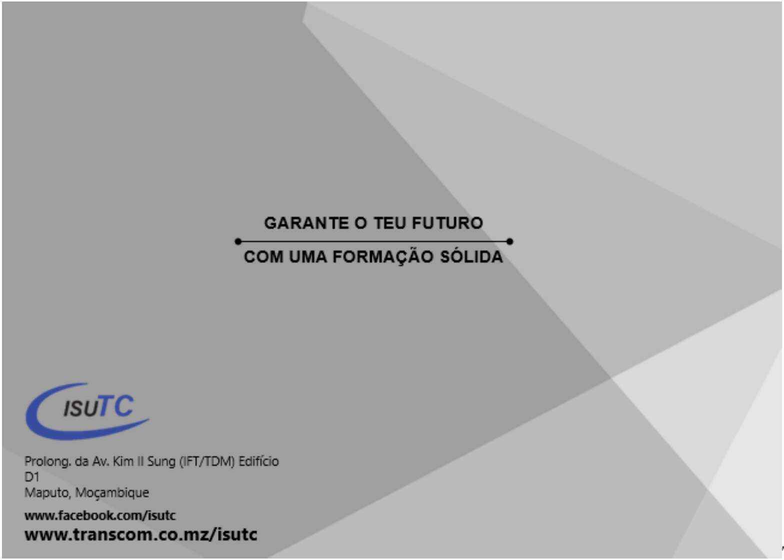
Portanto, $E(p) = \frac{pf'(p)}{f(p)} = \frac{-5p}{-5p+2000} = \left|\frac{p}{p-400}\right|$.

a) $E(100) = \left|\frac{100}{100-400}\right| = \frac{1}{3} = 0.333$ que é a elasticidade da demanda quando $p = 100$. Quando o preço unitário é $p = 100$, um aumento de 1% no preço unitário irá causar uma queda de aproximadamente 0.333% na quantidade demandada. E como $E(100) < 1$ a demanda é inelástica, ou seja, um pequeno aumento no preço unitário causará um aumento na receita.

$E(300) = \left|\frac{300}{300-400}\right| = 3$. Quando o preço unitário é $p = 300$, um aumento de 1% no preço unitário irá causar uma queda de aproximadamente 3% na quantidade demandada. E como $E(300) > 1$ a demanda é elástica, um aumento no preço causará uma queda na receita.

Referências Bibliográficas

- TAN, S.T. (2014). Matemática aplicada a economia e administração. Cengage learning. São Paulo.
- LARSON, R. (2010). Cálculo aplicado. Cengage learning. São Paulo.
- MORETTIN, P. et all. Cálculo-Funções de uma e várias variáeis. Cengage learning. São Paulo.



NSPORTES E COMUNICAÇÕES